

Numerik I

— Blatt 13 (Besprechung: 28.01.2020) —

Aufgabe 1 Die Funktion $f \in C^1[a, b]$ sei streng monoton wachsend, konkav und besitze eine Nullstelle $a \leq x_* \leq b$. Man zeige, dass für jeden Startwert $a \leq x_0 \leq x_*$ die Näherungen x_n des Newton-Verfahrens gegen x_* konvergieren mit

$$x_n \leq x_{n+1} \quad \text{für } n = 0, 1, \dots \quad (4)$$

Aufgabe 2 Man bestimme eine Stützstelle x_1 und Gewichte σ_0, σ_1 , so dass die Quadraturformel

$$I_1(f) := \sigma_0 f(0) + \sigma_1 f(x_1) \approx \int_0^1 f(x) dx$$

einen möglichst hohen Genauigkeitsgrad besitzt. Handelt es sich um eine interpolatorische Quadraturformel? Geben Sie eine Fehlerdarstellung an.

(2+1+1)

Aufgabe 3 Sei $h = (b - a)/3$. Man bestimme den Genauigkeitsgrad der Quadraturformel

$$I_1(f) := \frac{9}{4} h f(a + h) + \frac{3}{4} h f(b) \approx \int_a^b f(x) dx.$$

Handelt es sich um eine interpolatorische Quadraturformel?

(3+1)

Aufgabe 4 Die Funktion $f \in C[a, b]$ sei konvex. Weisen Sie für die Trapezformel folgende Ungleichung nach:

$$I_1(f) \geq \int_a^b f(x) dx. \quad (4)$$

Abgabetermin: Dienstag, 28.01.2020 vor der Übung.
Möglichst Gruppenabgabe mit Gruppen zu höchstens 2 Studierenden.