

**Numerik I**

— Blatt 7 (Besprechung: 03.12.2019) —

**Aufgabe 1** Zeigen oder widerlegen Sie jeweils die folgenden Aussagen:

- a) Für eine Permutationsmatrix  $P \in \mathbb{R}^{N \times N}$  gilt  $P^T P = I$ .
- b) Für eine Permutationsmatrix  $P \in \mathbb{R}^{N \times N}$  gilt  $P^2 = I$ .

(2+2)

**Aufgabe 2** Zeigen Sie: für eine Permutationsmatrix  $P \in \mathbb{R}^{N \times N}$  gilt  $\det P \in \{-1, 1\}$ .

(4)

**Aufgabe 3** Geben Sie einen Algorithmus an, der die Einträge von Matrizen  $L, R$  einer Faktorisierung  $A = L \cdot R$  zeilenweise berechnet. Überprüfen Sie die Durchführbarkeit.

(4)

**Aufgabe 4** Das lineare Gleichungssystem

$$Ax = b, \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n}, b \in \mathbb{R}^n$$

soll numerisch gelöst werden. Dazu gehen Sie wie folgt vor:

- (a) Schreiben Sie eine Funktion, die die LR-Zerlegung

$$A = L \cdot R$$

der Matrix  $A$  via Gauß-Elimination mit kanonischer Pivotwahl (d.h. ohne Zeilenvertauschung) durchführt. Ist die kanonische Pivotwahl nicht möglich, soll die Funktion eine Fehlermeldung ausgeben.

- (b) Schreiben Sie eine Funktion, die das Gleichungssystem

$$Ly = b$$

via Vorwärtssubstitution löst.

- (c) Schreiben Sie eine Funktion, die das Gleichungssystem

$$Rx = y$$

via Rückwärtssubstitution löst.

(d) Schreiben Sie die Funktion `gauss`, die das Gleichungssystem

$$Ax = b$$

mithilfe der obigen Funktionen löst.

(e) Schreiben Sie ein Skript, das  $A$  und  $b$  zufällig erzeugt, das entsprechende Gleichungssystem mit der Funktion `gauss` löst und das Residuum

$$\|Ax - b\|_2$$

ausgibt.

(4)

Schicken Sie bitte Ihre Lösungen zu der Aufgabe 4 (MATLAB Code) bis **spätestens am 02.12.2019** an [julian.kappel@student.uni-siegen.de](mailto:julian.kappel@student.uni-siegen.de).

**Abgabetermin: Dienstag, 03. 12. 2019 vor der Übung.**  
**Möglichst Gruppenabgabe mit Gruppen zu höchstens 2 Studierenden.**