

12. Übung zur Vorlesung *Höhere Mathematik 3*

Wintersemester 2019/20

Aufgabe 1 (4 Punkte). Man berechne den Fluss des Vektorfeldes

$$\vec{u}(x, y, z) = \begin{pmatrix} y \\ x \\ \sqrt{x^2 + y^2} \end{pmatrix}$$

durch die obere Halbkugelfläche $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, $z \geq 0$. Die positive Seite der Fläche liege innen. (Man verwende die Kugelkoordinaten in der Version aus der Vorlesung!)

Aufgabe 2 (4 Punkte). Man berechne unter Anwendung des gaußschen Integralsatzes den Fluss des Vektorfeldes

$$\vec{u}(x, y, z) = \begin{pmatrix} zx \\ zy \\ z^2 \end{pmatrix}$$

aus dem Zylinder $Z = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 \leq a^2, 0 \leq z \leq b\}$ nach außen. Hierbei sind a und b positive Konstanten.

Aufgabe 3 (4 Punkte). Berechnen Sie unter Anwendung des gaußschen Integralsatzes den Inhalt der von der Astroide

$$\gamma = \left\{ R \begin{pmatrix} \cos^3 t \\ \sin^3 t \end{pmatrix} \mid 0 \leq t \leq 2\pi \right\}$$

eingeschlossenen Fläche. Hierbei ist $R > 0$ eine Konstante.

Abgabe der Lösungen spätestens am 21.01.2020 (Dienstag) um 10.05 Uhr in der PB-Aula.