

9. Übung zur Vorlesung *Höhere Mathematik 3*

Wintersemester 2019/20

Aufgabe 1 (4 Punkte). Lösen Sie das folgende Anfangs-Randwertproblem für die inhomogene Wärmeleitungsgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) &= \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) + \cos t \sin 2x \text{ für } 0 \leq x \leq \pi, t \geq 0, \\ u(0, t) &= u(\pi, t) = 0 \text{ für } t \geq 0, \quad u(x, 0) = 0 \text{ für } 0 \leq x \leq \pi.\end{aligned}$$

Aufgabe 2 (4 Punkte). Lösen Sie das folgende Anfangs-Randwertproblem für die Wärmeleitungsgleichung:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) &= 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) + 2 \cos x \text{ für } 0 \leq x \leq 2\pi, t \geq 0, \\ u(0, t) &= 1, \quad u(2\pi, t) = 1 \text{ für } t \geq 0, \quad u(x, 0) = \cos x + 3 \sin(4x) \text{ für } 0 \leq x \leq 2\pi.\end{aligned}$$

Aufgabe 3 (4 Punkte (2+2)). Lösen Sie die folgenden beiden Anfangswertprobleme für die räumlich unbeschränkte homogene Wellengleichung:

a)

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) \text{ für } x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ u(x, 0) &= 6 \sin 3x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \text{ für } x \in \mathbb{R};\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) &= \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) \text{ für } x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ u(x, 0) &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 5 \cos 2x \text{ für } x \in \mathbb{R}.\end{aligned}$$

Abgabe der Lösungen spätestens am 10.12.2019 (Dienstag) um 10.05 Uhr in der PB-Aula.