©Prof. Dr. R. Plato
A. Garanza, M. Sc.

7. Übung zur Vorlesung *Höhere Mathematik 3*

Wintersemester 2019/20

Aufgabe 1 (4 Punkte). Lösen Sie das folgende Anfangs-Randwertproblem für die Transportgleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,t) + 4\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = 0 \text{ für } x \geq 0,\ t \geq 0,$$
$$u(0,t) = \sin(t^2) \text{ für } t \geq 0, \qquad u(x,0) = \ln(1+x) \text{ für } x \geq 0.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte). Lösen Sie das folgende Anfangs-Randwertproblem für die Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \frac{1}{4}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) \text{ für } 0 \leq x \leq L,\ t \geq 0,$$
$$u(0,t) = u(L,t) = 0 \text{ für } t \geq 0, \qquad u(x,0) = (\sin(\pi x) - \cos(\pi x))^2 - 1 \text{ für } 0 \leq x \leq L.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte (3+1)). a) Bestimmen Sie mit Hilfe von Separationsansatz und anschließender Superposition eine möglichst allgemeine Lösung des folgenden Randwertproblems für die Diffusionsgleichung:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t) \text{ für } 0 \leq x \leq \pi,\ t \geq 0, \qquad (*)$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = u(\pi,t) = 0 \text{ für } t \geq 0. \qquad (**)$$

Hierbei ist $c > 0$ eine Konstante.
b) Bestimmen Sie die Lösung zu dem Randwertproblem $(*)$, $(**)$ mit $c = 1$, die die Anfangsbedingung $u(x,0) = 2\cos\frac{x}{2} - 3\cos\frac{5x}{2}$ für $0 \leq x \leq \pi$ erfüllt.

Abgabe der Lösungen spätestens am 26.11.2019 (Dienstag) um 10.05 Uhr in der PB-Aula.