

### 3. Übung zur Vorlesung *Höhere Mathematik 3*

Wintersemester 2019/20

**Aufgabe 1** (4 Punkte). Berechnen Sie für

$$F(x, y) = 4 \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad x, y \in \mathbb{R}, \quad \vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{4},$$

das Kurvenintegral zweiter Art  $\int_{\vec{\gamma}} F \cdot d\vec{s}$ , wobei  $\vec{\gamma}$  die durch  $\vec{\gamma}$  parametrisierte orientierte Kurve bezeichnet. Tun Sie dies sowohl unter Verwendung der Definition dieses Integraltyps sowie mit Hilfe einer Stammfunktion.

**Aufgabe 2** (5 Punkte (2+2+1)). Sei

$$F(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + z^2 y^2} \begin{pmatrix} -yz \\ xz \\ xy \end{pmatrix},$$

$$(x, y, z) \in D = \mathbb{R}^3 \setminus \left\{ (x, y, z) \mid x = 0 \text{ und } (z = 0 \text{ oder } y = 0) \right\}.$$

- Überprüfen Sie die Integrabilitätsbedingungen.
- Man berechne  $\oint_C F$  für die folgenden beiden Fälle:
  - $C =$  orientierter Kreis mit Parametrisierung  $\vec{\gamma}(t) = (\cos t, 1, \sin t)^\top$  für  $0 \leq t \leq 2\pi$ ,
  - $C =$  orientierter Kreis in der  $x$ - $y$ -Ebene vom Radius 3 um den Punkt  $(0, 7, 5)$ .
- Handelt es sich bei  $F$  um ein Potenzialfeld auf der Menge  $D$ ?

**Aufgabe 3** (3 Punkte (1,5+1,5)). Berechnen Sie folgende Integrale:

- das Integral der Funktion  $f(x, y) = \sin(x) - \cos(y)$  über das Rechteck  $D = [0, \pi/2] \times [\pi/2, \pi]$ ,
- das Integral der Funktion  $f(x, y) = \sin(x + y)$  über das Rechteck  $D = [0, \pi/2] \times [0, \pi]$ .

Abgabe der Lösungen spätestens am 29.10.2019 (Dienstag) um 10.05 Uhr in der PB-Aula.