

## Tutoriumsvorschläge zur 3. Übung

Wintersemester 2019/20

**Aufgabe 1.** Ein Massenpunkt werde gegen eine Kraft  $F(\vec{x}) = -D\vec{x} - mg\vec{e}_3$ ,  $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$ , längs der Schraubenlinie

$$\vec{\gamma}(t) = \begin{pmatrix} \varrho \cos t \\ \varrho \sin t \\ \frac{h}{4\pi}t \end{pmatrix}, \quad 0 \leq t \leq 4\pi$$

bewegt. Hierbei sind  $D, m, g, \varrho$  und  $h$  positive reelle Konstanten, und es gilt  $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)^\top$ . Berechnen Sie die dazugehörige erforderliche Arbeit  $\int_{\vec{\gamma}} F \cdot d\vec{s}$ . Tun sie dies sowohl unter Verwendung der Definition dieses Integraltyps sowie mit Hilfe des Potentials.

**Aufgabe 2.** Es ist

$$F(x, y, z) = \frac{I}{2\pi} \frac{1}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (x, y, z) \in D := \mathbb{R}^3 \setminus \{(0, 0, z) \mid z \in \mathbb{R}\}$$

die magnetische Feldstärke in der Umgebung eines entlang der  $z$ -Achse vom konstanten Strom  $I$  durchflossenen unendlichen Drahtes.

- a) Überprüfen Sie die Integrabilitätsbedingungen.
- b) Man berechne  $\oint \vec{\gamma} F$  für die folgenden beiden Fälle:
  - i) orientierter Kreis vom Radius  $r > 0$  in der  $x$ - $y$ -Ebene um den Ursprung  $(0, 0, 0)$ , durchlaufen entgegen dem Uhrzeigersinn (von oben betrachtet),
  - ii) orientierter Kreis vom Radius 1 in der  $x$ - $y$ -Ebene um den Punkt  $(3, 1, 0)$ .
- c) Handelt es sich bei  $F$  um ein Potenzialfeld auf der Menge  $D$ ?

**Aufgabe 3.** Berechnen Sie die Integrale der Funktionen a)  $f(x, y) = xy^2$  beziehungsweise b)  $f(x, y) = x + y^2$  jeweils über das Rechteck  $D = [0, 1] \times [1, 2]$ .