Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
B. Kretz, M. Sc.

23. November 2017

Übungen zur Vorlesung

Analysis I

Wintersemester 2017/18
Blatt 6

Abgabe am **Donnerstag, dem 30. November 2017** zu Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 21: (2+1+1=4 Punkte)

a) Sei (a_n) eine konvergente Folge mit Grenzwert α. Zeigen Sie, dass dann auch jede Teilfolge von (a_n) gegen α konvergiert.

b) Prüfen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

b.1) $x_1 := 1; x_{n+1} := \frac{1}{x_n} + \frac{x_n}{2}, n \geq 1$

b.2) $x_0 := 2; x_n := \sqrt{x_{n-1}}$

Aufgabe 22: (4 Punkte)

Geben Sie eine mathematisch exakte Formulierung für $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{\ldots}}}} = 2$ an und beweisen Sie die Gleichung.

Aufgabe 23: (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass $(a_n)_n$ mit $a_n := \left(1+\frac{m}{n}\right)^n$, $n > |m|$, für alle $m \in \mathbb{Z}$ eine monotone Folge mit Grenzwert e^m ist.

Aufgabe 24: (4 Punkte)

Das Pendel einer Uhr mit einer Schwingungsdauer (Periode) von zwei Sekunden wird innerhalb der ersten Sekunde jeder Periode durch einen Stoß angeregt; dadurch vermehrt sich seine Gesamtenergie jeweils um ein Joule. In der restlichen Zeit einer Periode verringert sich die Energie des Pendels – infolge von Reibungsverlusten – jeweils um vier Prozent.

E_n bezeichne die Gesamtenergie des Pendels zu Beginn der n–ten Periode.

a) Wie lautet die *Rekursionsformel* für die Folge (E_n)?

b) Für den Fall $E_1 = 0$ zeige man, dass (E_n) monoton wachsend und nach oben beschränkt ist.

c) Gegen welchen Grenzwert strebt die Folge?