Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
B. Kretz, M. Sc.

19. Oktober 2017

Übungen zur Vorlesung

Analysis I

Wintersemester 2017/18
Blatt 2

Abgabe am **Donnerstag, dem 26. Oktober 2017** zu Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 5: (3 Punkte)

Seien A, B und C beliebige Mengen. Zeigen Sie:

(a) $A\backslash(B \cup C) = (A\backslash B) \cap (A\backslash C)$, (b) $A\backslash(B \cap C) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$.

Aufgabe 6: (3 Punkte)

a) Verneinen Sie die folgenden Aussagen:

(i) $(x \in M \cap N) \vee (y \in M \cup N)$,

(ii) (Bemerkung: Sei $f : M \to N$ eine Abbildung und $M, N \subset \mathbb{R}$)
$\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0 :$ (Wenn $x - y < \delta \wedge y - x < \delta$ für $x, y \in M$, dann ist $f(x) - f(y) < \varepsilon \wedge f(y) - f(x) < \varepsilon$).

b) Geben Sie äquivalente Formulierungen der folgenden Aussagen an, indem Sie $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ benutzen, z.B. wird aus "Wenn es regnet, dann ist die Straße nass" die äquivalente Folgerung "Wenn die Straße nicht nass ist, dann regnet es nicht".

(i) (Bemerkung: $f : M \to N$ sei eine Abbildung)
Gilt $f(m_1) = f(m_2)$ für $m_1, m_2 \in M$, so ist $m_1 = m_2$.

(ii) (Bemerkung: $M, N \subset \mathbb{R}$)
$x \in M \wedge y \in N \wedge x < y \Rightarrow y - x \in M \cap N$

Aufgabe 7: (3 Punkte)

Überprüfen Sie die folgenden Abbildungen darauf, ob sie injektiv, surjektiv oder bijektiv sind. Hierbei sei M eine beliebige, nicht-leere Menge.

a)

$$\begin{aligned} f : M &\to M \times M \\ x &\mapsto (x, Siegen), \text{ hierbei sei } Siegen \in M, \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} f : M &\to M \times M \\ x &\mapsto (x, x), \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} f : M \times M &\to M \times M \\ (x, y) &\mapsto (y, x) \end{aligned}$$

.

Aufgabe 8: (3 Punkte)

Seien A_1, A_2 Mengen mit $A_1,\ A_2 \subseteq X$ und $f : X \to Y$ eine Abbildung. Beweisen Sie:

a) $A_1 \subseteq A_2 \Rightarrow f(A_1) \subseteq f(A_2)$.

b) $f\left(A_1 \cup A_2\right) = f(A_1) \cup f(A_2)$.

c) $f\left(A_1 \cap A_2\right) \subseteq f(A_1) \cap f(A_2)$.