

## Aufgabe 1: Zum warm werden

Zeigen Sie, daß

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n \quad \text{ist.}$$

## Aufgabe 2: Kontinuierliche Verteilung

Sei  $p(x)$  die folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung mit Konstanten  $B$  und  $k$ , und ihre Momente  $M_n$ ,

$$p(x) = Be^{-kx} \quad , \quad M_n = \int_0^{\infty} x^n p(x) dx .$$

- Berechnen Sie  $M_0$  und bestimmen Sie  $B$  aus der Forderung  $M_0 = 1$ .
- Berechnen Sie dann  $M_1$ ,  $M_2$ , und die Varianz  $\sigma^2 = M_2 - M_1^2$ .

## Aufgabe 3: Binomialverteilung

Hier brauchen Sie einen Taschenrechner. Man berechne die Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Stichprobe von  $n = 40$  Stück aus einer Produktionsserie von  $N = 10000$  Stück und einem Ausschußprozentsatz von 10%.

Wegen der Größe der Produktionsserie können Sie von einer Binomialverteilung ausgehen,  $w_n(k)$  wie in der Vorlesung, mit  $p = 10\%$ .

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, unter den 40 ausgewählten Stücken genau 10 Ausschusstücke zu finden?
- Welche Wahrscheinlichkeit ergibt sich für höchstens 5 Ausschusstücke in der Stichprobe?
- Wie groß ist der Erwartungswert und die Streuung dieser Verteilung?

#### Aufgabe 4: Rechentrick

Eine Normalverteilung um  $\bar{x} = 0$  ist gegeben durch

$$p(x) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad , \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(x) dx = 1 \quad ,$$

wobei der Ausdruck für  $A$  in dieser Aufgabe nicht wichtig ist. Er wurde durch die obige Normierung bestimmt.

Benutzen Sie partielle Integration um zu zeigen, daß der Parameter  $\sigma$  gegeben ist durch

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx \quad .$$

*Hinweis: Multiplizieren Sie den Integranden mit 1.*

#### Aufgabe 5: Normalverteilung

In einem Betrieb werden Spezialschrauben hergestellt. Die Länge der Schrauben ist eine normalverteilte Zufallsgröße mit Erwartungswert  $\bar{x} = 225.7$  mm und einem Streuungsmaß von  $\sigma = 1.5$  mm. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Länge einer zufällig ausgewählten Schraube

- a) weniger als 2.5 mm vom Erwartungswert abweicht,
- b) zwischen 224.0 mm und 227.0 mm liegt,
- c) größer als 226.0 mm ist,
- d) mehr als 2.5 mm vom Erwartungswert abweicht,
- e) kleiner als 225.4 mm ist?

*Hinweis: Eine Stammfunktion der Gaußschen Glockenkurve kann durch die "Error-Function" berechnet werden,*

$$\text{Erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-z^2} dz \quad .$$

Die relevanten Funktionswerte sind

$y$	$\text{Erf}(y)$
0.1414	0.1586
0.6128	0.6139
0.8014	0.7429
1.1785	0.9044
$\infty$	1