Übungen zum Vorkurs Mathematik

vor dem Wintersemester

Dr. Björn O. Lange **Modul S**

Blatt 1 — Ausgabe: September — Abgabe:

Aufgabe 1: Drei Türen Spiel – ein Klassiker

Ein Quizmaster fordert Sie dazu auf, eine von drei Türen zu wählen. Hinter nur einer der Türen ist der Hauptpreis, hinter den anderen beiden Nieten. Nachdem Sie dem Quizmaster ihre Wahl mitgeteilt haben, öffnet er eine der beiden anderen Türen, hinter der sich eine Niete befindet. Er fragt Sie nun, ob Sie bei Ihrer Wahl bleiben wollen, oder sie ändern wollen. Wie sollten Sie antworten?

a) Zeichnen Sie einen Ereignisbaum, der das Problem darstellt.

b) Testen Sie die Strategie "ich bleib dabei" und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit auf den Hauptgewinn.

c) Testen Sie die Strategie "OK, doch lieber die andere" und bestimmen Sie wieder die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen.

Aufgabe 2: Drei Würfel

Sie haben drei ideale Würfel mit 6 Seiten, die Sie gleichzeitig werfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, in der Summe echt weniger als 7 Augen zu werfen?

Aufgabe 3: Mittelwert und Abweichung

Etwas zum Erholen. In 8 unabhängigen Messungen wird eine Größe x gemessen. Die Folgenden Werte wurden gefunden:

$$\{2, 4, 4, 4, 5, 5, 7, 9, 19\} \ .$$

Berechnen Sie den Mittelwert und die Standard-Abweichung dieses "Samples". Ermitteln Sie auch den Median.

bitte wenden

Aufgabe 4: Gemeinsame Geburtstage

Hier im Vorkurs ist eine Gruppe von etwa 100 Studierenden. Da ist die Wahrscheinlichkeit schon ziemlich groß, daß mindestens zwei von Ihnen am selben Tag im Jahr Geburtstag haben.

a) Stellen Sie einen Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit auf, daß bei einer Gruppe von $N < 365$ Menschen **alle verschiedene** Geburtstage haben. Fangen Sie mit $N = 2$ an und verallgemeinern Sie.

b) Argumentieren Sie, daß der komplementäre Fall genau der ist, daß mindestens zwei Menschen den gleichen Geburtstag haben.

c) Wenn Sie einen Taschenrechner benutzen, können Sie das N finden, bei dem es eine 50% Chance auf mindestens zwei gleiche Geburtstage gibt. Die Antwort ist erstaunlich klein: $N = 23$. *Für die Tutoren: Sie dürfen, wenn Sie das Problem vereinfachen wollen, die Stirlingformel* $K! \approx (K/e)^K$ *benutzen.*

d) Wie viele Vergleiche müssen Sie anstellen, um die Frage nach gemeinsamen Geburtstagen von 23 Leuten vollständig zu beantworten?

Aufgabe 5: Drei Richtige im Lotto

Wir hatten in der Vorlesung, daß es im "6 aus 49" Lotto eine Hauptgewinnchance von

$$\frac{1}{\binom{49}{6}} \approx \frac{1}{14 \times 10^6}\,, \quad \text{das Inverse der Anzahl aller Möglichkeiten, gibt.}$$

Wie groß ist die Chance, zumindest 3 Richtige im Lotto zu tippen?