

Aufgabe 1: Lineare Gleichungssysteme

Lösen Sie die Gleichungssysteme

a)
$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 3x - 2z = 4 \\ 5y = 4z \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \frac{x}{5} - \frac{y}{2} = 0 \\ \frac{x}{3} - \frac{z}{2} = 1 \\ \frac{z}{2} - \frac{y}{3} = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x\sqrt{a} - y\sqrt{b} = a + b \\ x + y = 2\sqrt{a} \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{x-y} - 8 = 0 \\ \frac{7x-13y}{3y-5} - 4 = 0 \end{cases}$$

Aufgabe 2: Modelleisenbahnfahren

Auf einer geschlossenen Bahn von 440 cm Länge treffen sich zwei Körper bei gleichgerichteter Bewegung alle 20 min, bei entgegengesetzter Bewegung alle 5 min. Wie groß sind die Geschwindigkeiten beider Körper?

Aufgabe 3: Hähne auf- und zu

Ein Wasserkessel wird durch zwei Zuleitungen gefüllt. Ist die erste 6 min und die zweite 3 min offen, so werden $\frac{5}{6}$ des Kessels gefüllt. Ist hingegen die erste 3 min und die zweite 6 min offen, so bleibt $\frac{1}{12}$ des Behälters leer. Wie lange muß jede Röhre offen sein, damit sie einzeln den Behälter füllt, und wie lange müssen sie zusammen geöffnet werden, um den Kessel zu füllen?

bitte wenden

Aufgabe 4: Ich dreh' am Rad

Drei Zahnräder eines Getriebes haben zusammen 80 Zähne. Bei 10 Umdrehungen des ersten Rades drehen sich das zweite 18- und das dritte 45mal. Wieviel Zähne hat jedes Rad?

Aufgabe 5: Lineares Gleichungssystem der Dimension 4

Wir schreiben das Gleichungssystem

$$\begin{cases} x + y - z + w & = & 2 \\ -2x + 2y + 3z & = & 3 \\ 5x - 4y + 3w & = & 0 \\ x - y - 2z & = & 0 \end{cases}$$

in erweiterter Matrixform als

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 & 0 & 3 \\ 5 & -4 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & -2 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

Bringen Sie diese Matrix durch die elementaren Zeilenumformungen auf Zeilenstufenform und lösen Sie für x, y, z, w .

Das ist nun etwas schwieriger, aber Durchhaltevermögen zahlt sich aus. Das Ergebnis ist $w = 11, z = -3, y = -3, x = -9$.

Ähnliche Aufgaben einer Kommission für Schulmathematik

Aufgabe 6:

Welche der folgenden Gleichungssysteme sind linear?

- a) $x + y = 1$, $y - 2 = x$
- b) $x \cdot y = 5$, $2x + 3y = 7$
- c) $a^2x + 1 = 7$, $2x - y = 5$

bitte wenden

Aufgabe 7:

Ein Schwimmbecken mit dem Volumen 720 m^3 kann durch drei Leitungen mit Wasser gefüllt werden. Eine Messung ergab, dass die Füllung des Beckens mit den beiden ersten Leitungen zusammen 45 Minuten dauert. Die Füllung mit der ersten und der dritten Leitung zusammen dauert eine Stunde, mit der zweiten und dritten Leitung zusammen dauert es 1,5 Stunden.

- a) Erläutern Sie zunächst, wieso das nachfolgende Gleichungssystem *nicht geeignet* ist, um das Problem zu lösen:

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 & = & 3/4 \\ x_1 & + & x_3 = 1 \\ & x_2 + x_3 & = 3/2 \end{array}$$

- b) Wie groß ist die Wassermenge, die durch jede der drei Leitungen pro Minute ins Becken gepumpt werden kann?
- c) Wie lange benötigt man bei der Benutzung aller drei Leitungen, um das Becken zu füllen?

Aufgabe 8:

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem.

$$\begin{array}{rcl} 2a - 3b + 4c & = & -17 \\ -a + 3b - 2c & = & 13 \\ a + 5b + 6c & = & -7 \end{array}$$

Aufgabe 9:

Zeichnen Sie die beiden Geraden g und h in der x_1x_2 -Ebene.

$$\begin{array}{l} g : \quad 2x_1 + x_2 = 1 \\ h : \quad x_1 - x_2 = 3 \end{array}$$

Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden und vergleichen Sie das Ergebnis mit Ihrer Zeichnung.