

Aufgabe 1:

Man zeige die Aussagen nur unter Benutzung der Körperaxiome (K1)-(K9) aus der Vorlesung.

- a) Sind $x, y \in \mathbb{Q}$ mit $x + y = 0$, so ist $x = -y$.
- b) Für alle $x \in \mathbb{Q}$ gilt $-(-x) = x$.
- c) Für alle $x \in \mathbb{Q}$ gilt $(-1) \cdot x = -x$.

Aufgabe 2:

Man untersuche die folgenden Zahlen mit den aus der Schule bekannten Regeln auf Teilbarkeit durch 2,3,4,5,6,8,9.

- (a) 23085 , (b) 87348 , (c) 343474 , (d) 891289368

Aufgabe 3:

Die alternierende Quersumme einer natürlichen Zahl erhält man, indem man alle Ziffern an ungeraden Positionen addiert und davon die Ziffern an geraden Positionen subtrahiert. Bsp.: die alternierende Quersumme von 4683 ist $4 - 6 + 8 - 3 = 3$. Eine Zahl ist genau dann durch 11 teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist. Untersuchen Sie damit die folgenden Zahlen auf Teilbarkeit durch 11.

- (a) 133474 , (b) 499755 , (c) 1523412 , (d) 970577681

Aufgabe 4:

Eine Zahl $p \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ heißt Primzahl, wenn sie in den natürlichen Zahlen nur die Teiler 1 und p hat.

- a) Man bestimme alle Primzahlen kleiner 100.
- b) Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegung der Zahlen

36 , 149 , 2016 , 33033

Aufgabe 5:

Zeigen Sie, daß es keine rationale Zahl $x \in \mathbb{Q}$ mit $x^2 = 3$ gibt.