Übungen zum Vorkurs Mathematik

vor dem Wintersemester

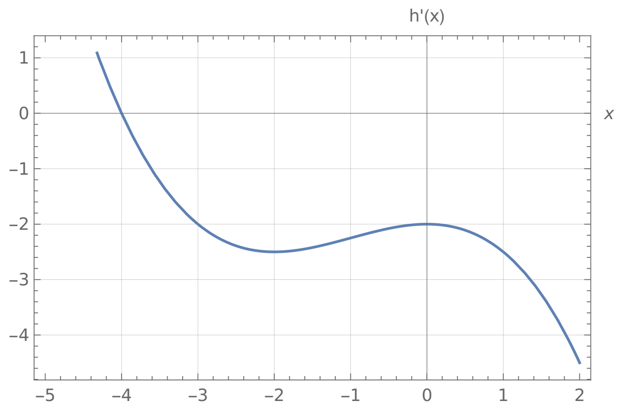
Dr. Björn O. Lange

Modul A

Blatt 8 — Ausgabe: September — Abgabe:

Aufgabe 1:

Die Abbildung zeigt für $-5 \leq x \leq 2$ das Schaubild der Ableitungsfunktion h' einer Funktion h.



Entscheiden und begründen Sie, ob gilt:

- $x_1 = 0$ ist eine Wendestelle von h.
- $h''(-2) = 1$
- Die Funktion h ist auf dem Intervall $[-3, 1]$ streng monoton fallend.
- Das Schaubild von h hat an der Stelle $x_2 = -4$ einen Tiefpunkt.

Skizzieren Sie das Schaubild von h''.

Aufgabe 2:

Zwei Seiten eines Rechtecks liegen auf den positiven Koordinatenachsen. Die linke untere Ecke ist im Ursprung, und die gegenüberliegende rechts oben liegt auf der Parabel mit der Gleichung

$$y = -\frac{1}{4}x^2 + 4\,.$$

Wie groß müssen die Seitenlängen dieses Rechtecks sein, damit sein Umfang maximal wird? Wie groß ist dann der Umfang?

Aufgabe 3:

f ist eine auf $\mathbb{R}$ definierte differenzierbare Funktion mit der Ableitung f'. Welche Aussagen sind richtig?

a) Die Funktion f hat genau eine Ableitung aber viele Stammfunktionen.

b) Sind F und G Stammfunktionen zu f, so ist auch die Summe $F + G$ eine Stammfunktion zu f.

c) Ist F eine Stammfunktion von f, so gilt $f'(x) = F(x)$.

d) Zwei Stammfunktionen von f unterscheiden sich nur durch einen konstanten Summanden.

Aufgabe 4:

Geben Sie eine Stammfunktion F der Funktion f an.

a) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5$

b) $f(x) = 2/x^2$

c) $f(x) = 2\exp(-2x)$

d) $f(x) = \sqrt{5x - 1}$

Aufgabe 5:

Berechnen Sie ohne Taschenrechner :-)

a) $$\int_{-1}^{2} (2x^3 + 1)\, dx$$

b) $$\int_{0}^{\pi/2} (1 + \cos(2x))\, dx$$

bitte wenden

Aufgabe 6:

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = -x^2 + 4$ und $g(x) = 2x + 1$.

a) Skizzieren Sie den Graphen der beiden Funktionen

b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von f mit der x-Achse einschließt.

c) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die von den Graphen der Funktionen f und g eingeschlossen wird.

Aufgabe 7:

Welche der folgenden Aussagen über ganzrationale Funktionen sind korrekt? Begründen Sie.

- Wenn $f'(x_0) = 0$ ist, dann ist x_0 eine Extremstelle von f.
- Wenn x_0 eine Extremstelle von f ist, dann ist $f'(x_0) = 0$.
- Ist $f''(x_0) > 0$, so ist der Punkt $P(x_0|f(x_0))$ ein Tiefpunkt des Graphen von f.

Aufgabe 8:

Berechnen Sie

a)

$$\int (x+4)^5 \, dx$$

b)

$$\int e^{3x-3} \, dx$$

c)

$$\int x \sin(x) \, dx$$

d)

$$\int te^{-\frac{1}{2}t} \, dt$$