Übungen zum Vorkurs Mathematik

vor dem Wintersemester

Dr. Björn O. Lange **Modul A**

Blatt 2 — Ausgabe: September — Abgabe:

Aufgabe 1: Umrechnung von Grad in Bogenmaß

Geben Sie die folgenden Winkel im Bogenmaß an

$$270^\circ \quad , \quad 720^\circ \quad , \quad 22.5^\circ \quad , \quad -30^\circ \quad , \quad -300^\circ \quad , \quad 15^\circ$$

Aufgabe 2: Ein paar Winkelfunktionswerte

Berechnen Sie ohne Taschenrechner:

a) Was sind
$$\sin(-\pi) \quad , \quad \cos(-\pi) \quad , \quad \cos(\pi/4) \quad ?$$

b) Es seien $\alpha = \pi/3$ und $\beta = \pi/6$. Was sind
$$\sin(\alpha) \quad , \quad \sin(\beta) \quad , \quad \cos(\alpha) \quad , \quad \cos(\beta) \quad , \quad \tan(\alpha) \quad , \quad \tan(\beta)$$

Hinweis: Falten Sie ein gleichseitiges Dreieck in der Mitte. Sie erhalten ein Dreieck mit den obigen Winkeln, deren Seitenlängen Sie nun kennen.

Aufgabe 3: Skizzen von Graphen

Skizzieren Sie die Graphen der folgenden Funktionen. Betrachten Sie dabei zuerst deren Nullstellen, Singularitäten, Asymptotik, Perioden, Symmetrien.

a) $f(x) = -(x+1)(x-1)$

b) $g(x) = \dfrac{2x}{x-2}$

c) $h(x) = \dfrac{|x|}{|x|+1}$

d) $t(x) = \tan(-x)$

e) $s(x) = \sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$

bitte wenden

Aufgabe 4: Injektiv – or not?

Welche der folgenden Funktionen ist <u>nicht</u> injektiv?

a) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \quad , \quad x \longmapsto f(x) = x^3 + 9$

b) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \quad , \quad x \longmapsto f(x) = x^2 + 9$

c) $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} \quad , \quad x \longmapsto f(x) = x^3 + 9$

d) $f : \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N} \quad , \quad x \longmapsto f(x) = x^2 + 9$

Aufgabe 5: How to make – bijektiv

In der Vorlesung haben Sie die Graphen der Winkelfunktionen

- sin: $\mathbb{R} \longrightarrow [-1, 1]$,
- cos: $\mathbb{R} \longrightarrow [-1, 1]$,
- tan: $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

gesehen. Sind diese Funktionen injektiv? Sind sie surjektiv? Wie muß man den Definitionsbereich ändern, um sie bijektiv zu machen?

Diese Aufgaben sind nicht nur akademischer Natur: Sie benötigen dieses Verständnis dringend, um die Ergebnisse der <u>Umkehrfunktionen</u> z.B. arcsin, arccos, arctan *richtig einordnen zu können!*

<u>Ähnliche Aufgaben einer Kommission für Schulmathematik</u>

Aufgabe 6:

Wie verhält sich die Funktion f mit

$$\begin{array}{lll} a) & f(x) = \dfrac{2}{x+2} & \text{für} \quad x \to \infty \\ b) & f(x) = \dfrac{2x}{x+2} & \text{für} \quad x \to \infty \\ c) & f(x) = \dfrac{2x^2}{x+2} & \text{für} \quad x \to -\infty \\ d) & f(x) = \dfrac{x}{x+1} & \text{für} \quad x \to -1 \\ e) & f(x) = \dfrac{x^2-1}{x+1} & \text{für} \quad x \to -1 \end{array}$$

Aufgabe 7:

Gegeben ist eine Funktion f mit $f(x) = \sqrt{2x+1} - 1$. Geben Sie die Definitions- und Wertemengen an.

Aufgabe 8:

Gegeben sind die Funktionen f und g mit $f(x) = x^2 - 4$ und $g(x) = \sqrt{x}$. Geben Sie die Terme für $f(g(x))$ und $g(f(x))$ an. Geben Sie die maximalen Definitions- und Wertemengen aller hier auftretenden Funktionen an.

Aufgabe 9:

a) Gegeben sei die reelle Funktion f mit $f(x) = x^n$, wobei n eine gerade, natürliche Zahl ist. Begründen oder widerlegen Sie:
Der Graph von f geht durch den Punkt $(-1|1)$.

b) Gegeben sei die Funktion g mit $g(x) = \sqrt{3x-6}$. Bestimmen Sie die größtmögliche reelle Definitionsmenge, die Wertemenge sowie alle Nullstellen von g.

Aufgabe 10:

Geben Sie an, welche der folgenden Funktionen achsensymmetrisch zur y-Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung sind.

a) f mit $f(x) = f(-x)$

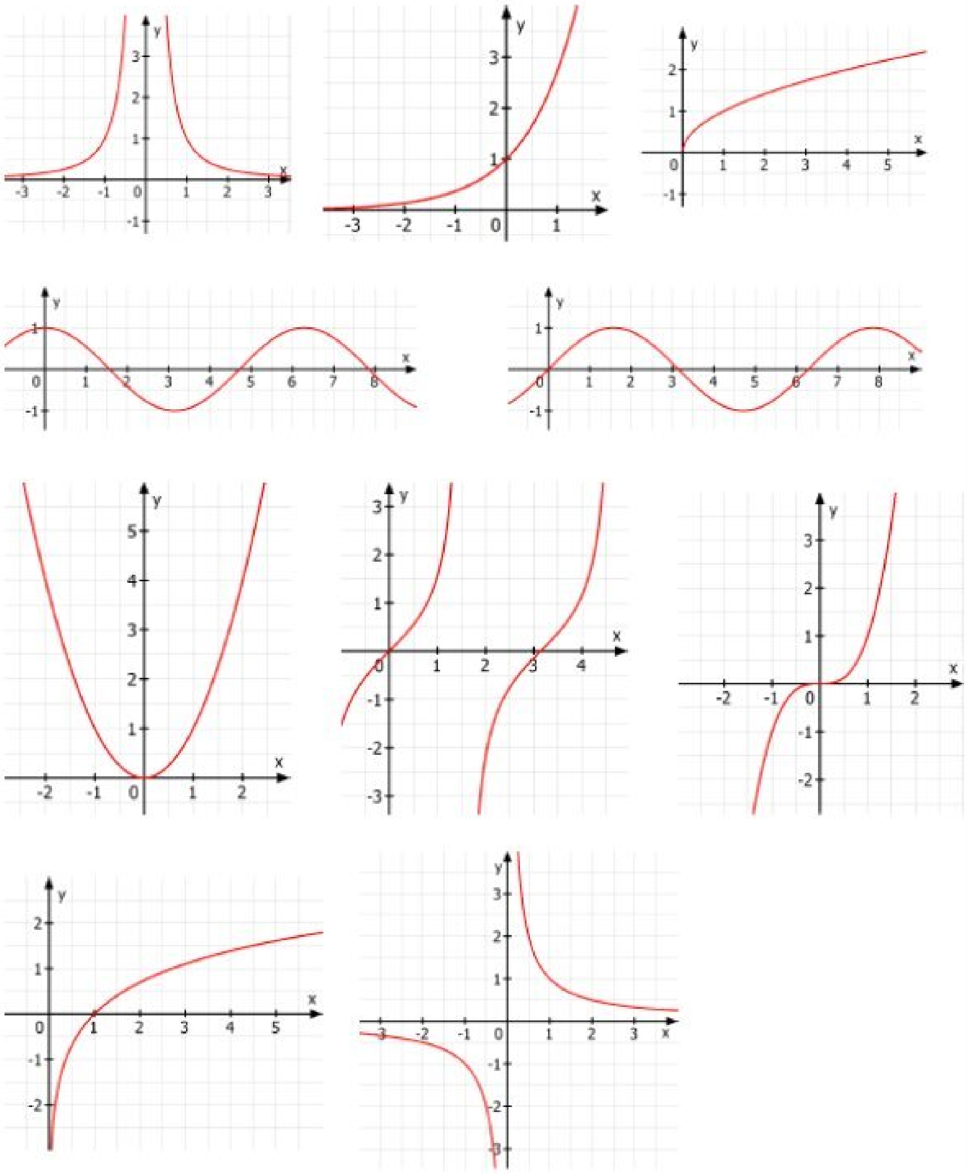
b) g mit $g(x) = -g(-x)$

c) h mit $h(x) = a$ für ein $a \neq 0$.

d) j mit $j(ax) = aj(x)$ für ein $a \neq 0$.

Aufgabe 11:

Ordnen Sie die Funktionsgraphen den unten aufgeführten Zuordnungen zu.



$x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^3$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x^2}$, $x \mapsto \mathrm{e}^x$, $x \mapsto \ln(x)$, $x \mapsto \sin(x)$, $x \mapsto \cos(x)$, $x \mapsto \tan(x)$

Aufgabe 12:

Ordnen Sie die Funktionsterme den Graphen zu.

	Graph						
Funktionsterm	1	2	3	4	5	6	7
e^x							
e^{2x}							
e^{-x}							
$-e^x$							
$\ln(x)$							
$2\ln(x)$							
$\ln(x)+1$