Übungen zum Vorkurs Mathematik

WiSe 2023/24

Dr. Björn O. Lange **Modul L**

Blatt 2 — Ausgabe: Mo., 18.09.2023 — Abgabe:

Wenn Sie möchten, können Sie sich die Konstruktion einer 3×3 Determinante erklären lassen, um die Aufgaben **1 c)** und **2 c)** zu berechnen. Passwort: "Jägerzaun".

Aufgabe 1: Cramersche Regel

Berechnen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungssysteme mithilfe der Cramerschen Regel wie in der Vorlesung.

a)
$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} -7 & 11 \\ 7 & -25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -20 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2: Zeilenstufenform und Determinante

Wir wollen in dieser Aufgabe nur eine Art elementarer Zeilenumformung benutzen, nämlich das Ersetzen einer Zeile Z_i durch $Z_i + \lambda Z_j$, d.h. die Addition eines Vielfachen der j-ten Zeile.
Bringen Sie damit die folgenden Matrizen in Zeilenstufenform und berechnen Sie nach jedem Schritt die Determinante erneut.

a)
$$\begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

b)
$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$$

c)
$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ähnliche Aufgaben einer Kommission für Schulmathematik

Aufgabe 3:

Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in Abhängigkeit vom Parameter t.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= 18 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 &= t \end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Betrachten Sie die beiden linearen Gleichungssysteme

$$\left\{ \begin{aligned} -15x + 3y &= 3 \\ -5.2x + y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad , \quad \left\{ \begin{aligned} -15x + 3y &= 3 \\ -5.1x + y &= 0 \end{aligned} \right\} .$$

a) Lösen Sie die beiden Gleichungssysteme rechnerisch.

b) Interpretieren Sie die Gleichungen als Geraden und skizzieren Sie diese. Erklären Sie, weswegen die beiden Schnittpunkte, die Sie in **a)** berechnet haben, weit auseinanderliegen.

c) Verändern Sie den Koeffizienten vor x in der zweiten Gleichung, sodaß das Gleichungssystem keine Lösung besitzt.

Aufgabe 5:

Durch die Punkte $P(-3|3)$ und $Q(3|0)$ gehen unendlich viele Parabeln.

a) Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem für die Koeffizienten a, b, c der Parabelgleichung $y = ax^2 + bx + c$ auf.

b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge dieses Gleichungssystems.