

**Aufgabe 1:**

Man zeige die Aussagen nur unter Benutzung der Körperaxiome (K1)-(K9) aus der Vorlesung.

- a) Sind  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$  und  $c < d$ , so gilt  $a + c < b + d$ .
- b) Ist  $a \in \mathbb{R}$  mit  $0 < a$ , so gilt  $0 < a^{-1}$ .
- c) Sind  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $0 < a$  und  $a < b$ , so gilt  $b^{-1} < a^{-1}$ .
- d) Sind  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$  und  $c < 0$ , so gilt  $b \cdot c < a \cdot c$ .
- e) Sind  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$ , so gilt  $a < \frac{a+b}{2} < b$ .

**Aufgabe 2:**

Stellen Sie  $M$  in Intervallschreibweise dar, falls es möglich ist.

- a)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ und } x \leq 2\}$
- b)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1 \text{ oder } x \leq 2\}$
- c)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ oder } x \geq 2\}$
- d)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ und } x \leq 2\}$
- e)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 4\}$
- f)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 4\}$
- g)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x^2 < 4\}$
- h)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x^3 \leq 8\}$
- i)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ und } \frac{1}{x} > 1\}$
- j)  $M = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 0 \text{ und } \frac{1}{x} \leq 1\}$
- k)  $M = [1, 3) \cup (2, 4]$
- l)  $M = [1, 3) \cap (2, 4]$

**Aufgabe 3:**

Zeigen Sie die folgenden Aussagen mit der Definition von Binomialkoeffizienten.

- a) Für alle  $n, k \in \mathbb{N}_0$  mit  $k \leq n$  gilt

$$(n+1) \cdot \binom{n}{k} = (n-k+1) \cdot \binom{n+1}{k}.$$

- b) Für alle  $n, k \in \mathbb{N}_0$  mit  $k < n$  gilt

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$

**Aufgabe 4:**

Für alle  $k \in \{0, 1, 2, \dots, 10\}$  berechne man  $k^3, 2^k, k!$  und  $\binom{10}{k}$ .

**Aufgabe 5:**

- a) Berechnen Sie den Zahlenwert der Summen

$$\sum_{j=1}^3 j(j+1) \quad , \quad \sum_{k=1}^{101} 3 \quad , \quad \sum_{k=1}^{15} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

- b) Berechnen Sie den Wert der Produkte

$$\prod_{j=2}^4 \frac{1}{j} \quad , \quad \prod_{k=1}^{11} \frac{k}{k+1} \quad , \quad \prod_{\ell=1}^3 2^\ell$$

**Aufgabe 6:**

Schreiben Sie die Ausdrücke mit Summenzeichen.

- a)  $3^4 + 5^5 + 7^6 + 9^7$   
b)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n+5}$   
c)  $q - q^2 + q^3 - q^4 + \dots - q^{12}$

**Aufgabe 7:**

Schreiben Sie die Ausdrücke mit Produktzeichen.

- a)  $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$   
b)  $4 \cdot 7 \cdot 10 \cdot 13$   
c)  $4 \cdot 9 \cdot 16 \cdot 25 \cdot 36 \cdot 49$