Übungen zum Vorkurs Mathematik

WiSe 2023/24

Dr. Björn O. Lange **Modul G**

Blatt 3 — Ausgabe: Do., 07.09.2023 — Abgabe:

Aufgabe 1:

Geben Sie die folgenden komplexen Zahlen in Polardarstellung an.

$$\text{(a)} \; -5 \quad , \quad \text{(b)} \; -5i \quad , \quad \text{(c)} \; 1+\sqrt{3}i \quad , \quad \text{(d)} \; \sqrt{3}+i \quad , \quad \text{(e)} \; -3+3i$$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von $\exp(i\varphi)$ mit

$$\text{(a)} \; \varphi = \frac{2}{3}\pi \quad , \quad \text{(b)} \; \varphi = \frac{2}{3}\pi \quad , \quad \text{(c)} \; \varphi = \frac{3}{4}\pi \quad , \quad \text{(d)} \; \varphi = \frac{7}{6}\pi \quad , \quad \text{(e)} \; \varphi = 5\pi$$

Aufgabe 3:

Benutzen Sie die Polarform $z = re^{i\phi}$ um folgende Aufgaben in Real- und Imaginärteil darzustellen.

a) $$e^{-i\pi/4}$$

b) $$(1-i)^8$$

c) $$\left(\frac{\sqrt{2}}{i-1}\right)^{10}$$

Aufgabe 4:

Bestimmen Sie jeweils eine nicht-reelle Lösung der Gleichung für $z \in \mathbb{C}$.

$$\text{(a)} \; z^2 = i \quad , \quad \text{(b)} \; z^3 = -1 \quad , \quad \text{(c)} \; z^4 = 16 \quad , \quad \text{(d)} \; z^6 = 1$$

Aufgabe 5:

Geben Sie je eine Formel für den Real- und Imaginärteil von $(1-i)^n$ für alle $n \in \mathbb{N}$ an, in der ausschließlich reelle Zahlen auftreten. Wie beweisen Sie diese?

Aufgabe 6: Etwas Knobeliges.

Sei $w \in \mathbb{C}$. Man zeige:

Sind $x, y \in \mathbb{R}$ mit $x^2 = \frac{1}{2}(|w| + \operatorname{Re} w)$ und $y^2 = \frac{1}{2}(|w| - \operatorname{Re} w)$ sowie $x, y \geq 0$, so wird die Gleichung $z^2 = w$ im Fall $\operatorname{Im} w \geq 0$ von $z = x + iy$ und andernfalls von $z = x - iy$ gelöst.