

Department Mathematik  
Universität Siegen

## Übungsblatt 16 zur Analysis I

SS 2022

Dieses Blatt wird nicht mehr eingesammelt, korrigiert und bewertet. Es dient stattdessen als zusätzliche Möglichkeit die Themen aus dem letzten Kapitel zu vertiefen. Eine Musterlösung wird auf der Homepage der Veranstaltung veröffentlicht.

### Aufgabe 1

Bestimme die folgenden Grenzwerte mithilfe der Regel von L'Hôpital.

a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\log(x)}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x^k}$  für ein  $k \in \mathbb{N}$ .

c)  $\lim_{x \downarrow 0} x^2 \log(x)$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x - \tan(x)}$

### Aufgabe 2

Sei  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  stetig differenzierbar und so, dass

$$f(x) - f(y) \leq |x - y|^2$$

Zeige mithilfe des Mittelwertsatzes, dass daraus folgt, dass  $f$  konstant ist.

### Aufgabe 3

Zeige, dass die Funktion  $f : (0, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x \sin(\frac{1}{x})$  auf ihrem Definitionsbereich unendlich viele Stellen mit  $f'(x) = 0$  hat.

Hinweis: Satz von Rolle

### Aufgabe 4

Finde alle lokalen Minima und Maxima der Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{\pi}{e^2}$ . Ist eines davon ein globales Minimum/Maximum?

### Aufgabe 5

a) Finde die Taylorreihe um  $x = 0$  für die Funktion  $f(x) = \log(3 + 4x)$

b) Finde die Taylorreihe um  $x = 4$  für die Funktion  $g(x) = \exp(-4x)$

c) Finde die Taylorreihe um  $x = 0$  für die Funktion  $h(x) = x^4 \exp(2x^2)$ .

Tipp: Der versuch diese Funktion abzuleiten wird wahrscheinlich nicht zum Erfolg führen.