Arik Heinss, M. Sc., Dr. M. Ensenbach
Department Mathematik
Universität Siegen

Siegen, den 23. Juni 2022

Übungsblatt 13 zur Analysis I

SS 2022

Aufgabe 1 (1.5+1.5+1.5+1.5 Punkte)
Bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen (0 und ∞ sind als Antwort erlaubt).

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} z^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \prod_{k=1}^{n} \frac{2k}{3k+1} z^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{n+3} z^n$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^3+2+(-1)^n}{n^3+3}\right)^n z^n$

Aufgabe 2 (5 Punkte)
Bestimme wann eine gegebene Potenzreihe $\sum_{i=0}^{\infty} a_i z^i$ invertiert werden kann. Das heisst, gib an unter welchen Bedingungen eine Reihe $\sum_{i=0}^{\infty} b_i z^i$ existiert, sodass

$$\left(\sum_{i=0}^{\infty} a_i z^i\right)\left(\sum_{i=0}^{\infty} b_i z^i\right) = 1$$

Gib an, wie die Glieder b_n in Abhängigkeit von a_n aussehen.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Zeige: Eine Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ ist genau dann stetig, wenn das Urbild jeder offenen Menge offen ist, d.h. für jede offene Menge M ist $f^{-1}(M)$ offen.

Aufgabe 4 (2+2+2 Punkte)
Seien $f, g : D \to \mathbb{R}$ stetig, wobei $D \subseteq \mathbb{R}$. Zeige, dass dann auch die folgenden Funktionen stetig sind:

a) $|f| : D \to \mathbb{R},\ x \mapsto |f(x)|$

b) $\max\{f, g\} : D \to \mathbb{R},\ x \mapsto \max\{f(x), g(x)\}$

c) $\min\{f, g\} : D \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\{f(x), g(x)\}$