Dr. F. Mefo Kue, Dr. M. Ensenbach
Department Mathematik
Universität Siegen

Siegen, den 19. Juni 2019

Übungsblatt 13 zur Analysis I

SS 2019

Aufgabe 1 (2+2 Punkte)
Sei f: $\mathbb{C} \to \mathbb{C}$ eine komplexe Funktion. Zeigen Sie, daß f genau stetig auf $\mathbb{C}$ ist, wenn das Urbild jeder offenen Menge offen ist.

Aufgabe 2 (3 Punkte)
Seien $f : D \to \mathbb{R}$ und $g : D \to \mathbb{R}$ stetig. Man zeige, daß auch die folgenden Funktionen stetig sind.

$$|f| : D \to \mathbb{R},\ x \mapsto |f(x)|,$$
$$\max\{f, g\} : D \to \mathbb{R},\ x \mapsto \max\{f(x), g(x)\},$$
$$\min\{f, g\} : D \to \mathbb{R},\ x \mapsto \min\{f(x), g(x)\}$$

Aufgabe 3 (3 Punkte)
Wir betrachten die folgende Funktion f

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \begin{cases} -1, & \text{falls } x \geqslant 1, \\ \frac{1}{n} & \text{falls } \frac{1}{n+1} \leqslant x < \frac{1}{n} \quad n \in \mathbb{N} \\ 0, & \text{falls } x \leqslant 0. \end{cases}$$

Wo ist f stetig? linkseitig stetig? rechseitig stetig?

Aufgabe 4 (3+2 Punkte)

(a) Zeigen Sie, daß $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ gleichmäßig stetig ist, indem Sie zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $\delta > 0$ mit $|f(x) - f(y)| < \varepsilon$ für alle $x, y \in [0, 2]$ mit $|x - y| < \delta$ existiert. Ist f Lipschitz stetig?

(b) Zeigen Sie, daß $g : [1, \infty) \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x}$ Lipschitz stetig ist? Ist g gleichmäßig stetig?