Dr. F. Mefo Kue, Dr. M. Ensenbach
Department Mathematik
Universität Siegen

Siegen, den 06. Juni 2019

Übungsblatt 11 zur Analysis I

SS 2019

Aufgabe 1 (1+2 Punkte)
Sei A eine Teilmenge von $\mathbb{C}$. Man zeige, daß

(a) die Menge der Randpunkte abgeschlossen ist.

(b) x ist ein Randpunkt genau, wenn jede Umgebung von x einen nichtleeren Durchschnitt mit A und $\complement_{\mathbb{C}} A$ hat.

Aufgabe 2 (2+2 Punkte)
Seien A eine Teilmenge von $\mathbb{C}$. Man zeige, daß

(a) A° die (bzgl. Inklusion) größte, in A enthaltene offene Menge ist.

(b) $\overline{A}$ die (bzgl. Inklusion) kleinste, A umfassende abgeschlossene Menge ist.

Aufgabe 3 (3 Punkte)
Sei $(a_n)_n$ eine beschränkte reelle Folge. Zeigen Sie unter Verwendung des Intervallschachtelungsprinzips, daß $(a_n)_n$ eine konvergente Teilfolge besitzt.

Aufgabe 4 (2+3+3 Punkte)
Man berechne jeweils den Wert der Reihe.

$$\text{(a)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+2^n}{4^n}, \qquad \text{(b)} \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}, \qquad \text{(c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n(n+1)(n+2)}.$$

Aufgabe 5 (2 Punkte)
Sei $(a_n)_n$ eine monotone Nullfolge. Man zeige, daß $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ genau dann konvergiert, wenn $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n a_{2^n}$ konvergent ist.

Aufgabe 6 (3 Punkte)
Sei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eine Reihe. Man zeige:

(a) wenn $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ absolut konvergiert, so konvergiert auch $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$.

(b) Die Umkehrung der obigen Folgerung nicht richtig ist.