Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
B. Kretz, M. Sc.
K. Seibert, M. Sc.

17. Mai 2018

Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2018
Blatt 6

Abgabe am **Donnerstag, dem 24. Mai 2018** zu Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 1: (1+1+1+1=4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale

$$\text{a)}\quad \int_0^1 \tanh x \,\mathrm{d}x, \qquad \text{b)}\quad \int_0^y \frac{1}{1+t^2}\,\mathrm{d}t,$$

$$\text{c)}\quad \int \frac{4x^2+2x+2}{x^3-x^2+x-1}\,\mathrm{d}x, \qquad \text{d)}\quad \int \frac{6x^3+9x^2+2x-1}{x^2+2x+1}\,\mathrm{d}x.$$

Vereinfachen Sie die Ergebnisse so weit wie möglich.

Aufgabe 2: (2+2=4 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass

$$\Gamma(t) := \int_0^\infty \exp(-x)x^{t-1}\,\mathrm{d}x$$

für alle $t \geq 1$ existiert.

b) Zeigen Sie, dass für die Funktion Γ gilt:

$$\Gamma(t+1) = t\Gamma(t) \quad \text{für alle } t \geq 1.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Für einen stromdurchflossenen Leiter der Länge $s := l_2 - l_1$, durch den der Strom I fließt, berechnet sich die magnetische Feldstärke H an einem Punkt P mit dem Abstand a zum Leiter durch

$$H = \frac{I}{4\pi}\int_{l_1}^{l_2} \frac{a}{(a^2+x^2)^{3/2}}\,\mathrm{d}x, \quad a > 0.$$

Berechnen Sie die magnetische Feldstärke im Punkt P im Fall, dass der Leiter zu beiden Seiten unendlich ausgedehnt ist.

Aufgabe 4: (2+2=4 Punkte)

Für welche $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Reihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^\alpha}$$

konvergent? Lösen Sie die Aufgabe auf zwei Arten: mit Hilfe des Integralkriteriums und mit Hilfe eines weiteren Kriteriums.