Universität Siegen
Department Mathematik
AG Geomathematik
Univ.-Prof. Dr. V. Michel
B. Kretz, M. Sc.
K. Seibert, M. Sc.

03. Mai 2018

Übungen zur Vorlesung

Analysis II

Sommersemester 2018
Blatt 5

Abgabe am **Donnerstag, dem 17. Mai 2018** zu Beginn der Vorlesung.

Aufgabe 1: (1+1+2=4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\int\limits_0^1 \cosh^2(t)\,\mathrm{d}t$,

b) $\int\limits_1^2 x \log x\,\mathrm{d}x$,

c) $\int\limits_{-1}^1 x^n \exp(x)\,\mathrm{d}x, \quad n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2: (1+2+1=4 Punkte)

Zeigen Sie *ohne* Verwendung der Logarithmus-Funktion, dass die Funktion $L : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$L(x) := \int_1^x \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t, \quad x > 0,$$

die folgenden Eigenschaften besitzt:

1) $L(xy) = L(x) + L(y)\ \forall x, y > 0$,

2) $L(x^\alpha) = \alpha L(x)\ \forall x > 0, \alpha \in \mathbb{R}$,

3) $L(\exp(x)) = x\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 3: (1+1+2=4 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(i) $\int\limits_0^1 \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}\,\mathrm{d}x$

(ii) $\int \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}\,\mathrm{d}x$.

b) Man zeige für zweimal stetig differenzierbares $f(x)$

$$\int_a^b x f''(x)\,\mathrm{d}x = bf'(b) - f(b) + f(a) - af'(a).$$

Aufgabe 4: (1+1+2=4 Punkte)

Ein Seil nimmt bei einer Längenbelastung $q(x)$ die Form der Kurve

$$y(x) = c\int_0^x \left(\int_0^u q(t)\,\mathrm{d}t\right)\mathrm{d}u$$

an, d.h. $y(x)$ beschreibt den Graphen der Kurve. Man berechne die Kurve

a) für eine Hängebrücke mit konstantem $q(x) = q_0$,

b) für die Kettenlinie (Seil unter Eigenlast) $q(x) = \cosh x$,

c) für $q(x) = \begin{cases} q_1, & 0 \le x \le 1 \\ q_2, & 1 < x \end{cases}$, $q_1 \neq q_2$.